

F-Praktikum II
Experimentelle Physik
Spektroskopie mit einem Fabry- Pérot-
Interferometer*

Klaudia Herbst

Manfred Thomann

08.12.2004

*Wir erklären, dass wir dieses Protokoll eigenhändig anhand unseres Messprotokolls und der angegebenen Literatur erstellt haben.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Prinzip des Fabry- Pérot- Interferometers	1
3	Bearbeitung der Aufgaben	3
3.1	Herleitung der zweiten Airy-Formel	3
3.2	Herleitung der Formel des freien Spektralbereiches	4
3.3	Herleitung der Formel der Finesse	5
4	Messungen	6
4.1	Eichung des FPI	6
4.1.1	Bestimmung der Finesse	6
4.1.2	Bestimmung des Reflexionskoeffizienten R	7
4.2	Einfluß verschiedener Blenden auf die Finesse	8
4.3	Bestimmung der Frequenzdifferenz der verschiedenen Lasermoden	9
4.4	Breite der Cd-Linie	9
4.5	Bestimmung von e/m an Hand des Zeeman-Effekts von Cd	10
4.5.1	Eichung des verwendeten Magnetfeldes	10
4.5.2	Gleichung zur Berechnung von e/m	12
4.5.3	Bestimmung von e/m an Hand des transversalen Zeeman-Effekts	12
4.5.4	Bestimmung von e/m an Hand des longitudinalen Zeeman-Effekts	12
4.5.5	Probleme	14
5	Korrekturen	15
5.1	Prinzip des Fabry-Pérot Interferometers	15
5.2	Herleitung der 2. Airy-Formel	15
5.3	Herleitung der Formel der Finesse	15
5.4	Bestimmung der Finesse	15
5.5	Bestimmung des Reflexionskoeffizienten	16
5.6	Bestimmung der Frequenzdifferenz der verschiedenen Lasermoden	16
5.7	Breite der Cd-Linie	16
5.8	Eichung des verwendeten Magnetfeldes	17
5.9	Bestimmung von e/m an Hand des transversalen Zeeman-Effekts	18
5.10	Bestimmung von e/m an Hand des longitudinalen Zeeman-Effekts	18
5.11	Bilder der longitudinalen Messung	19
5.12	Bilder der transversalen Messung	20

Abbildungsverzeichnis

1	Schematische Abbildung der Funktionsweise eines FPI [3]	1
2	Beispielaufnahme	2
3	Aufbau zur Bestimmung der Finesse	6

4	Einfluß des Blendendurchmessers auf die Finesse	8
5	Einfluß des Blendendurchmessers auf die Intensität	8
6	Aufbau zur Bestimmung des Frequenzunterschiedes der Lasermode	9
7	Aufbau zur Justierung der Cd-Aufnahmen	9
8	Magnetfeldmessung	11
9	Auswertung der transversalen Messung	13
10	Auswertung der longitudinalen Messung	13
11	Magnetfeldmessung	17
12	Bilder der longitudinalen Messung	19
13	Bilder der transversalen Messung	20

Tabellenverzeichnis

1	Daten der 3 Laseraufnahmen	7
2	Magnetfeldeichung	10
3	transversale Messung	12
4	longitudinale Messung	12
5	Daten der 3 Laseraufnahmen	15
6	Ergebnis der Laseraufnahmen	16
7	Magnetfeldeichung mit Messfehler	17
8	transversale Messung	18
9	longitudinale Messung	18

1 Einleitung

Mit Hilfe des Fabry-Pérot-Interferometer ist es möglich, ähnlich wie mit Spalten, Gittern oder Prismen, Licht spektral zu zerlegen. Wesentlicher Unterschied ist dabei, dass dies, mit der in diesem Versuch verwendeten Methode, mit einer wesentlich höheren Auflösung geschieht. Dies geschieht aufgrund der Empfindlichkeit der Spektroskopie gegenüber Längenänderungen.

2 Prinzip des Fabry- Pérot- Interferometers

Ein Fabry-Pérot-Interferometer (FPI), ein Vielstrahlinterferometer, besteht aus zwei Quarzplatten, deren zueinander parallel justierte Innenflächen verspiegelt sind. Die Außenflächen sind mit Antireflexschichten bedampft und leicht keilförmig geschliffen, damit ungewünschte Interferenzeffekte vermieden werden. Zwischen den beiden Platten kommt es immer wieder zu hin- und her-Reflexionen, wobei ein Teil die Schicht passiert und damit nach außen gelangt.

Trifft eine Welle der Amplitude A_0 unter einem Einfallswinkel α auf die erste Quarz-

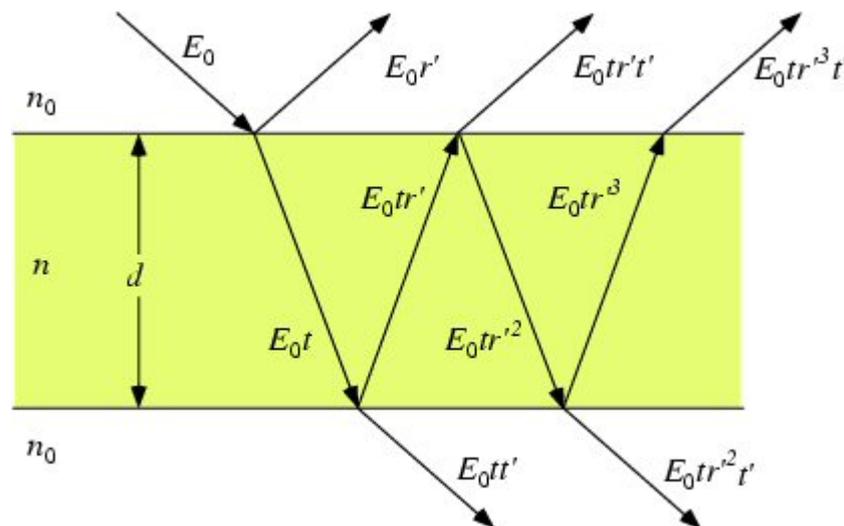


Abbildung 1: Schematische Abbildung der Funktionsweise eines FPI [3]

platte des FPIs, so wird sie in zwei Teilwellen gesplittet, einen reflektierenden Anteil der Amplitude $A_0\sqrt{R}$ und einen transmittierenden Anteil der Amplitude $A_0\sqrt{1-R}$. R stellt dabei den Reflexionskoeffizienten dar. Trifft der transmittierte Anteil nun auf die zweite Quarzplatte des FPIs kommt es auch hier zur Aufsplittung in zwei Teilwellen. Bei der Reflexion müssen Phasenunterschiede der Welle berücksichtigt werden.

Der durch die unterschiedlichen Laufzeiten entstehenden Gangunterschiede können nun interferieren. Die Gangunterschiede sind dabei vom Abstand d der Platten abhängig.

In diesem Versuch war es möglich, den Plattenabstand mit Hilfe eines Piezokristalls zu verstellen. Die Wegdifferenz ist dabei

$$\Delta s = 2 \cdot n_L \cdot d \cdot \cos \alpha.$$

Es ergibt sich also eine Phasendifferenz von

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda} + \Delta\varphi,$$

wobei $\Delta\phi$ die Summe aller Phasensprünge bei Reflexion ist. Um die Gesamtamplitude der reflektierten und transmittierten Welle bestimmen zu können werden die Einzelamplituden aufsummiert. Man erhält damit die Airy-Formeln

$$I_R = I_0 \frac{F \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}}{1 + F \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

und

$$I_T = I_0 \frac{1}{1 + F \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}},$$

mit $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$. Die Intensität ist also abhängig vom Phasenwinkel und damit auch von der Wegdifferenz.

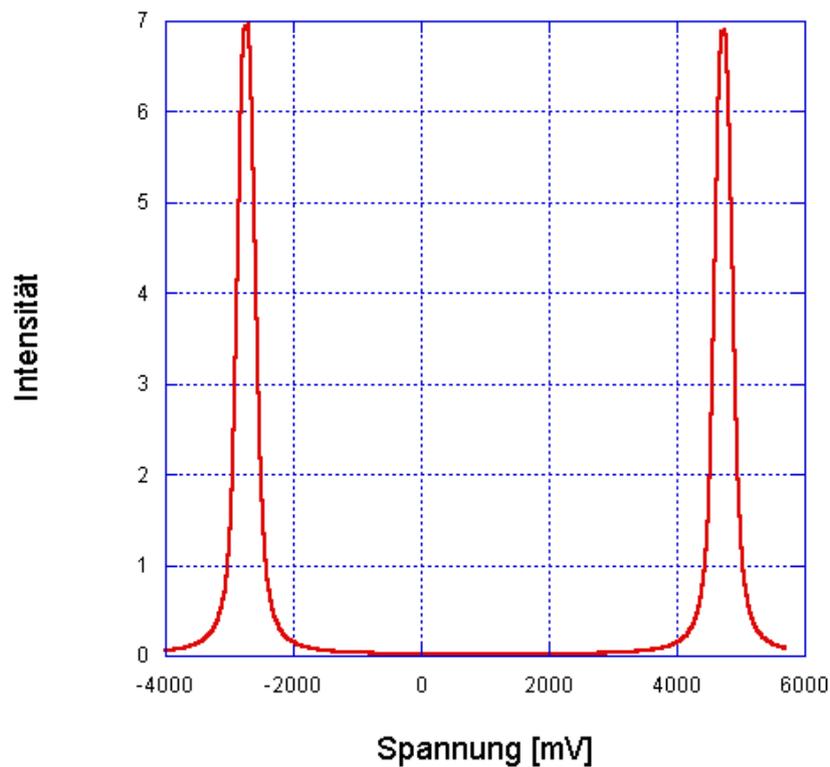


Abbildung 2: Beispielaufnahme

Wird die Intensität I über die am Piezokristall anliegende Spannung aufgetragen, so zeigt sich das in Abb. 2 gezeigte Diagramm. Beugungs- und damit Interferenzmaxima erhält man bei $2nd = m\lambda$. Der Bereich zwischen zwei Maxima wird als freier Spektralbereich (FSR) bezeichnet. Die Finesse f ist definiert als das Verhältnis von freiem Spektralbereich und Halbwertsbreite. Es gilt also

$$\begin{aligned} f &:= \frac{2\pi}{\epsilon} \\ &= \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \end{aligned}$$

3 Bearbeitung der Aufgaben

3.1 Herleitung der zweiten Airy-Formel

Bei der theoretischen Herleitung der Intensitäten des transmittierten und absorbierten Lichtes geht man davon aus, daß die Platten des FPI unendlich lang sind. Für die einzelnen Teilstrahlen folgt:

$$\begin{aligned} A_0 &= A \cdot (\sqrt{1-R})^2 \\ A_1 &= A \cdot (1-R) \cdot (\sqrt{R})^2 \cdot e^{i\delta} \\ A_2 &= A \cdot (1-R) \cdot R^2 \cdot e^{2i\delta} \\ &\vdots \\ A_n &= A(1-R) \cdot R^n \cdot e^{ni\delta} \end{aligned}$$

Für die Gesamtamplitude erhält man nach Summation der einzelnen Amplituden:

$$\begin{aligned} A_{ges} &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n \\ &= A(1-R) \sum_{n=0}^{\infty} R^n \cdot e^{ni\delta} \\ &= A(1-R) \sum_{n=0}^{\infty} (R \cdot e^{i\delta})^n \end{aligned}$$

Hier wird die geometrische Reihe erkennbar.

$$\begin{aligned} A_{ges} &= A(1-R) \cdot \frac{1}{1-Re^{i\delta}} \\ &= A \cdot \frac{(1-R)}{1-Re^{i\delta}} \end{aligned}$$

Weiterhin gilt für die Intensität $I = A_{ges}^* A_{ges}$, man erhält also:

$$\begin{aligned}
 I &= A_{ges}^* A_{ges} \\
 &= AA^* \frac{(1-R)^2}{(1-Re^{i\delta})(1-Re^{-i\delta})} \\
 &= I_0 \frac{(1-R)^2}{(1-Re^{-i\delta}-Re^{i\delta}+R^2)} \\
 &= I_0 \frac{(1-R)^2}{1+R^2-R(e^{i\delta}+e^{-i\delta})}
 \end{aligned}$$

mit $\cos \delta = \frac{1}{2}(e^{i\delta} + e^{-i\delta})$ folgt dann

$$I = I_0 \frac{(1-R)^2}{1+R^2-2R \cos \delta}$$

Beachtet man, dass

$$(1-R)^2 = 1 - 2R + R^2,$$

so folgt

$$1 + R^2 = (1-R)^2 + 2R.$$

Es ergibt sich also

$$\begin{aligned}
 I_T &= I_0 \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 2R - 2R \cos \delta} \\
 &= I_0 \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 2R(1 - \cos \delta)}.
 \end{aligned}$$

Aus $\sin \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos \delta)}$ ergibt sich nach Umstellen die Relation $2 \sin^2(\frac{\delta}{2}) = (1 - \cos \delta)$.
Aufgrunddessen ergibt sich die transmittierte Intensität zu

$$\begin{aligned}
 I_T &= I_0 \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\delta}{2}} \\
 &= I_0 \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}},
 \end{aligned}$$

wobei $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$ ist.

3.2 Herleitung der Formel des freien Spektralbereiches

Der freie Spektralbereich $\Delta\nu_{FSR}$ ist als Bereich zwischen zwei aufeinanderfolgenden Maxima definiert.

Für die Differenz zwischen zwei Maxima gilt:

$$\begin{aligned}
 \delta_{max1} - \delta_{max2} &= \frac{2\pi\Delta s}{\lambda_{max1}} - \frac{2\pi\Delta s}{\lambda_{max2}} \\
 &= 2\pi
 \end{aligned}$$

weiterhin ist:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$
$$\implies \lambda = \frac{c}{\nu}$$

Es folgt nun

$$1 = \frac{\Delta s \cdot \nu_1}{c} - \frac{\Delta s \cdot \nu_2}{c}$$
$$\frac{c}{\Delta s} = \nu_1 - \nu_2$$
$$\implies \Delta \nu_{FSR} = \frac{c}{\Delta s}$$
$$= \frac{c}{2nd \cdot \cos \alpha}$$

3.3 Herleitung der Formel der Finesse

Die Finesse ist definiert als

$$f := \frac{2\pi}{\epsilon}$$

Für ϵ gilt:

$$\epsilon = \delta_2 - \delta_1.$$

Aus

$$I_T = I_0 \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2 + 2R(1 - \cos \delta)}$$

folgt damit

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$
$$\implies 2 = F \sin^2 \frac{\delta}{2}$$
$$\frac{1}{F} = \sin^2 \frac{\delta}{2}$$
$$\pm \sqrt{\frac{1}{F}} = \sin \frac{\delta}{2}$$

Da δ sehr klein ist, kann in guter Näherung angenommen werden, dass

$$\sin \frac{\delta}{2} = \frac{\delta}{2}$$
$$\frac{\delta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1}{F}}.$$

Ersetzt man nun $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$, so folgt

$$\begin{aligned}\delta &= \pm 2\sqrt{\frac{(1-R)^2}{4R}} \\ &= \pm \frac{1-R}{\sqrt{R}}.\end{aligned}$$

Für ϵ ergibt sich also

$$\begin{aligned}\epsilon &= \frac{1-R}{\sqrt{R}} + \frac{1-R}{\sqrt{R}} \\ &= \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}.\end{aligned}$$

Da die Finesse durch $f := \frac{2\pi}{\epsilon}$ definiert ist, ergibt sich für diese durch Einsetzen nun

$$\begin{aligned}f &= \frac{2\pi}{\epsilon} \\ &= \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}\end{aligned}$$

4 Messungen

4.1 Eichung des FPI

4.1.1 Bestimmung der Finesse

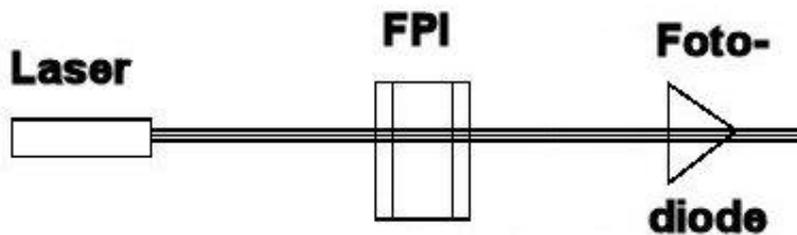


Abbildung 3: Aufbau zur Bestimmung der Finesse

Um die Finesse bestimmen zu können haben wir den mittleren FSR und die mittlere Halbwertsbreite ϵ aus 3 Laseraufnahmen bestimmt. Der mittlere FSR ergibt sich dann

ϵ_{links}	ϵ_{rechts}	FSR	Finesse
0,31693	0,32678	7,4668	23,199
0,34738	0,32708	7,4569	22,112
0,33708	0,32678	7,4569	22,465

Tabelle 1: Daten der 3 Laseraufnahmen

zu 7,46 V, dies entspricht nach Anleitung 29,9 GHz. Damit gilt die Relation:

$$1 V \approx 4 GHz \approx 4007,9 MHz$$

Weiterhin ergab sich: $\bar{\epsilon} = 0,33$

Mit diesen Werten ergab sich eine Finesse von 22,58. Mit den aus Tabelle 1 ablesbaren Fehlern von $\pm 0,005$ für den FSR und $\pm 0,015$ für ϵ ergibt sich ein Fehler von:

$$\Delta f = \frac{1}{\bar{\epsilon}} \cdot \Delta \Delta f_{sr} + \frac{\Delta f_{sr}}{\bar{\epsilon}^2} \cdot \Delta \bar{\epsilon} = \frac{0,005}{0,33034} + \frac{7,4602 \cdot 0,015}{0,33034^2} \approx 1,03$$

Die Finesse ergibt sich damit zu $22,58 \pm 1,03$.

4.1.2 Bestimmung des Reflexionskoeffizienten R

Für die Bestimmung von R formt man die Formel für die Finesse nach R um.

$$f = \frac{\pi \sqrt{R}}{1 - R}$$

$$f^2 = \frac{\pi^2 R}{(1 - R)^2}$$

$$f^2(1 - R)^2 = \pi^2 R$$

$$f^2 R^2 - (2f^2 - \pi^2)R + f^2 = 0$$

$$R^2 - \left(2 - \frac{\pi^2}{f^2}\right)R + 1 = 0$$

$$R_{1,2} = 1 + \frac{\pi^2}{2f^2} \pm \sqrt{\left(1 + \frac{\pi^2}{2f^2}\right)^2 - 1}$$

$$R_{1,2} = 1,01 \pm 0,14$$

$$R_1 = 0,87 \quad R_2 = 1,15$$

Also ist das Reflexionsvermögen des FPI 87%, da $R \leq 1$ gelten muss.

Die Fehlerrechnung für R ergibt:

$$\Delta R = \frac{\pi^2 \Delta f}{2f^3} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi^2}{f^2} + \frac{\pi^4}{4f^4}} \left(\frac{\pi^2}{2f^3} + \frac{\pi^4}{16f^5} \right) \Delta f = 472,4 \cdot 10^{-6}$$

Damit gilt dann $R = 87 \% \pm 0,05 \%$

4.2 Einfluß verschiedener Blenden auf die Finesse

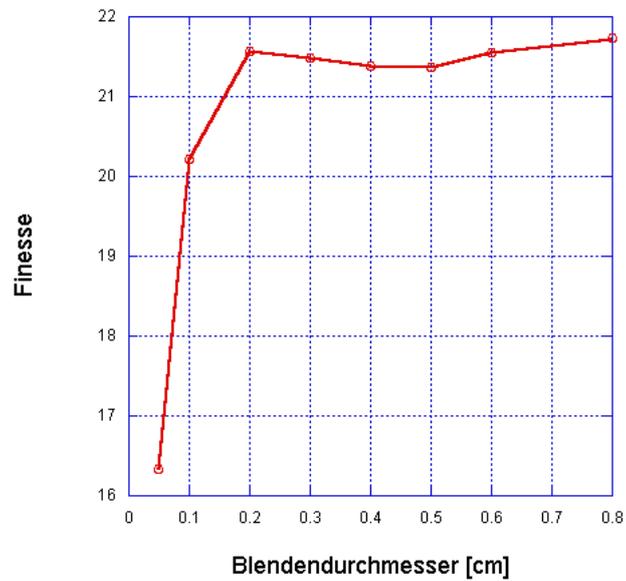


Abbildung 4: Einfluß des Blendendurchmessers auf die Finesse

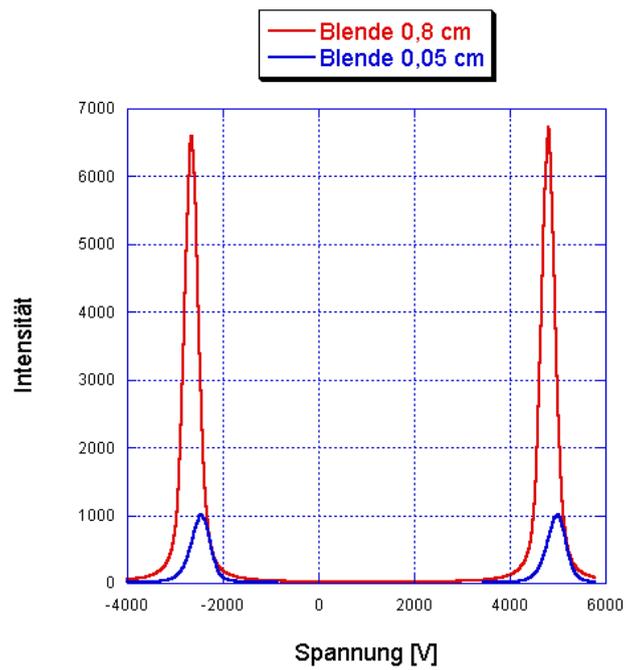


Abbildung 5: Einfluß des Blendendurchmessers auf die Intensität

Diese Bilder zeigen deutlich dass der Messaufbau nicht ideal war. Im Normalfall sollte die Finesse mit kleiner werdender Blende besser werden, dies ist bei uns nicht der Fall. Die Finesse ändert sich kaum mit dem Blendenradius und wird tendenziell eher schlechter. Der sehr große Abfall bei sehr kleinem Blendendurchmesser ist auf einen sehr starken Intensitätsverlust bei annähernd gleichbleibender Peakbreite zurückzuführen

4.3 Bestimmung der Frequenzdifferenz der verschiedenen Lasermoden

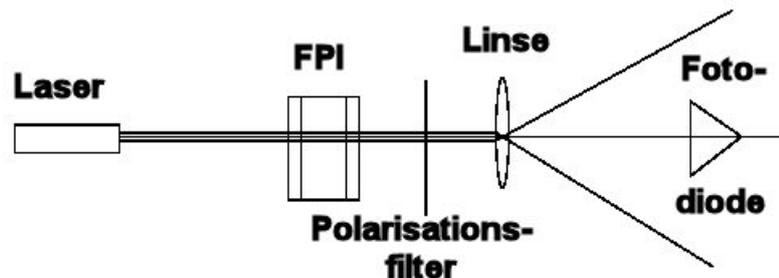


Abbildung 6: Aufbau zur Bestimmung des Frequenzunterschiedes der Lasermoden

Um die Differenz der Modenfrequenzen bestimmen zu können, nehmen wir 2 Laseraufnahmen die direkt hintereinander aufgenommen wurden ohne das System zu verändern. Danach setzen wir einen Polarisationsfilter ein um die verschiedenen polarisierten Moden zu trennen.

Bei den Messungen ergab sich ein Peak zu Peak Abstand von 0,181 V, wenn das System nicht verändert wurde und ein Peak-Peak Abstand von 0,233 V bei Veränderung des Polarisationswinkels. Die Differenz von 0,052 V entspricht dabei einer Frequenz von 0,21 GHz.

4.4 Breite der Cd-Linie

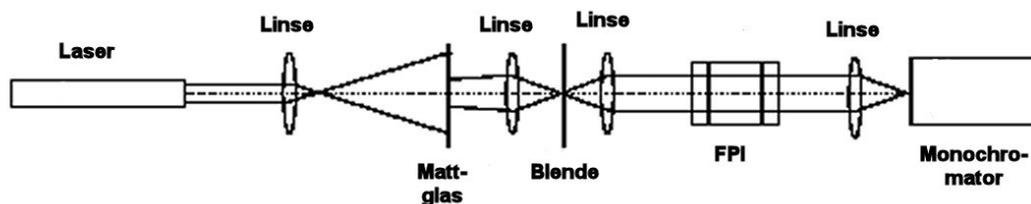


Abbildung 7: Aufbau zur Justierung der Cd-Aufnahmen

Der in Abb. 7 dargestellte Aufbau dient nur zur Justage. Bei den Cadmium Aufnahmen wird das System Laser, Linse und Mattglas durch die Cd-Lampe ersetzt. Diese sitzt

in einer Halterung zwischen den Polschuhen des nachher gebrauchten Elektromagneten. Bei der Bestimmung der Linienbreite muss beachtet werden, dass das FPI alleine schon eine gewisse Linienunschärfe hervorruft. Nimmt man an das die Laserlinie keine eigene Linienaufweitung hat, kann man damit die wirkliche Linienbreite der Cd-Linie bestimmen.

Es gilt somit die Formel:

$$\epsilon_{ges}^2 = \epsilon_{Cd}^2 + \epsilon_{FPI}^2$$

umformen nach ϵ_{Cd}^2 ergibt:

$$\epsilon_{Cd}^2 = \epsilon_{ges}^2 - \epsilon_{FPI}^2$$

ϵ_{Laser} wurde schon bestimmt und ϵ_{ges} wird aus einer Cadmiumaufnahme abgelesen. Setzt man die Werte $\epsilon_{Laser} = 0,33$ und $\epsilon_{ges} = 2,456$ ein erhält man $\epsilon_{Cd} = 2,43$. Die damit gefundene Gesamtunschärfe beträgt 9,75 GHz.

Es gilt also:

$$f_{Cd} = 465,7 THz \pm 4,88 GHz \approx \pm 0,001\%$$

4.5 Bestimmung von e/m an Hand des Zeeman-Effekts von Cd

4.5.1 Eichung des verwendeten Magnetfeldes

I [A]	B [mT]
12	310
11	300
10	280
9	260
8	230
7	205
6	175
5	145
4	114

Tabelle 2: Magnetfeldeichung

Das Magnetfeld wird durch einen Elektromagneten erzeugt, dessen Magnetfeld linear vom fließenden Strom abhängt. Zur Bestimmung des Zusammenhanges von Magnetfeld und Stromstärke wurde die Magnetfeldstärke bei verschiedenen Strömen mit einer Hallsonde gemessen. Damit ergibt sich der lineare Zusammenhang zwischen Strom und Magnetfeld zu:

$$B[\text{mT}] = 22,467 + 25,233 I[\text{A}]$$

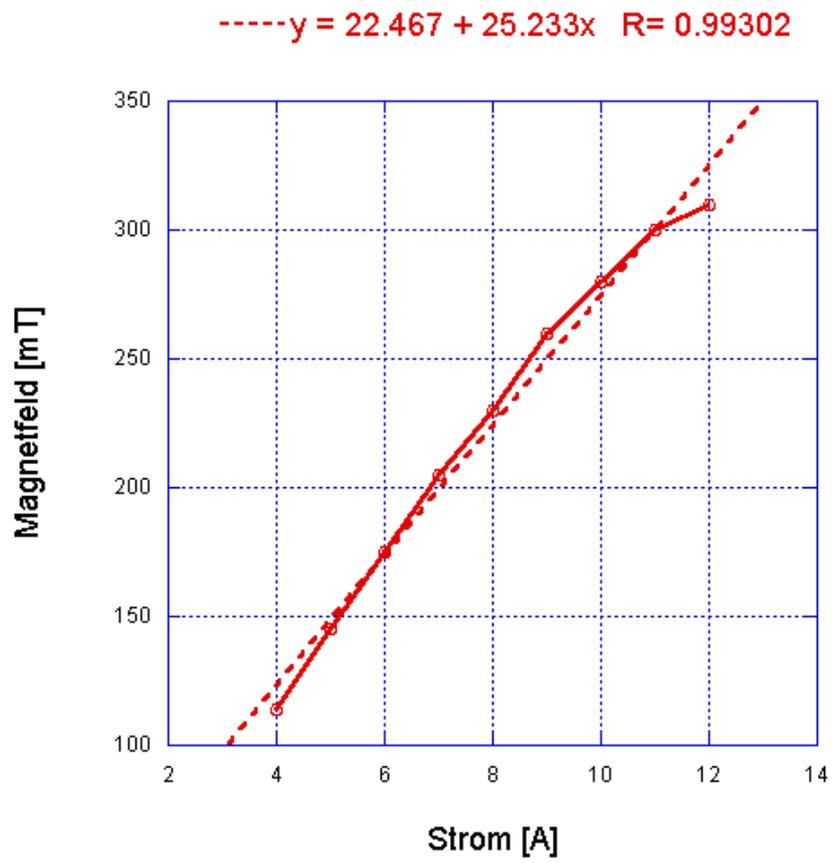


Abbildung 8: Magnetfeldmessung

4.5.2 Gleichung zur Berechnung von e/m

Die spezifische Ladung wird durch die Relation

$$\frac{e}{m} = 4\pi \frac{\Delta\nu}{2B} = 2\pi \frac{\Delta\nu}{B}$$

bestimmt.

4.5.3 Bestimmung von e/m an Hand des transversalen Zeeman-Effekts

I [A]	B [mT]	Δ_{links} [V]	Δ_{rechts} [V]	$\bar{\Delta}$ [V]	$\bar{\Delta}$ [GHz]
12	325	2,138	2,292	2,215	8,877
11	299	2,127	2,2	2,164	8,673
10	275	2,133	1,873	2,003	8,028
9	250	2,053	1,74	1,897	7,603
8	226	1,467	1,534	1,501	6,016
7	201	1,388	1,201	1,295	5,190
6	174	0,834	0,848	0,841	3,371
5	149	0,541	0,56	0,551	2,208

Tabelle 3: transversale Messung

Berechnet man unter Berücksichtigung der Ablesefehler die spezifische Ladung erhält man den Bereich von $2,87 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$ bis $2,11 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$. Da der Literaturwert bei $1,76 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$ liegt scheint ein größerer Fehler vorzuliegen.

4.5.4 Bestimmung von e/m an Hand des longitudinalen Zeeman-Effekts

I [A]	B [mT]	Δ_{links}	Δ_{rechts}	$\bar{\Delta}$	$\bar{\Delta}$ [GHz]
12	325	2,235	2,123	2,179	8,773
11	299	2,083	2,116	2,1	8,415
10	275	1,880	1,9	1,89	7,575
9	250	1,850	1,675	1,763	7,064
8	226	1,3	1,5	1,4	5,611
7	201	1,1	0,95	1,025	4,108
6	174	0,6	0,9	0,75	3,006

Tabelle 4: longitudinale Messung

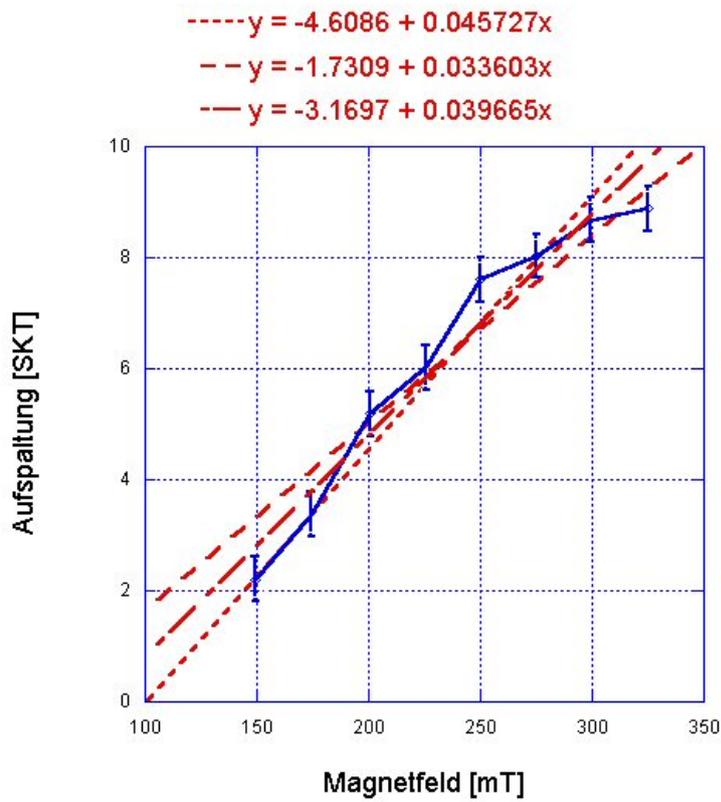


Abbildung 9: Auswertung der transversalen Messung

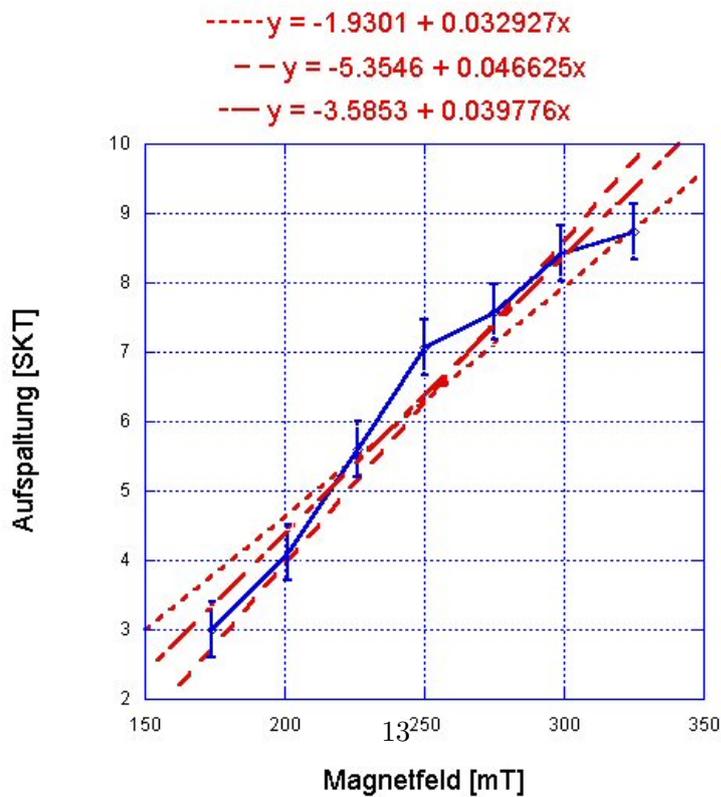


Abbildung 10: Auswertung der longitudinalen Messung

Dasselbe Problem ergibt sich auch bei der longitudinalen Messung. Der Ergebnisbereich liegt hier zwischen $2,93 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$ und $2,07 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$. Damit liegt auch hier der Literaturwert nicht innerhalb der Fehlergrenzen.

4.5.5 Probleme

Da die hier bestimmten Werte für die spezifische Ladung nicht in der Nähe des Literaturwertes liegen, muss irgendwo ein Fehler entstanden sein. Die Messungen, die das Ergebnis direkt beeinflussen sind, die Bestimmung des FSR an Hand des Lasers und die Messung des Magnetfeldes. Um das Ergebnis dem Literaturwert anzunähern müßte das Magnetfeld schneller steigen oder der FSR deutlich größer sein. Beides müsste, wie man deutlich sieht, weit außerhalb unserer Fehlergrenzen liegen. Wir nehmen daher einen systematischen Fehler an.

Literatur

- [1] Krug Haak. *Das FPI*.
- [2] Hermann Haken and Hans Christoph Wolf. *Atom- und Quantenphysik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 7. edition, 2002.
- [3] [http://scienceworld.wolfram.com/physics/Fabry PerotInterferometer.html](http://scienceworld.wolfram.com/physics/Fabry%20PerotInterferometer.html).
fmjg85.gif.

5 Korrekturen

5.1 Prinzip des Fabry-Pérot Interferometers

In der Gleichung der Wegdifferenz gilt:

- d entspricht dem Abstand der Platten
- α entspricht dem Einfallswinkel
- n_L entspricht der Anzahl der Reflektionen in dem Fabry-Pérot Interferometer

5.2 Herleitung der 2. Airy-Formel

Die einzelnen Strahlen des FPI haben aufgrund ihrer verschiedenen Wege einen Gangunterschied, dieser kann durch eine Phasendifferenz $e^{ni\delta}$ ausgedrückt werden.

5.3 Herleitung der Formel der Finesse

Für die Annahme $\sin\frac{\delta}{2} \approx \frac{\delta}{2}$ muss δ sehr klein sein, dies ist bei uns erfüllt, da δ die Breite eines Peaks angibt, der bei unserer Finesse sehr schmal ist.

5.4 Bestimmung der Finesse

Um die Finesse bestimmen zu können haben wir den mittleren FSR und die mittlere Halbwertsbreite ϵ aus 3 Laseraufnahmen bestimmt. Bei jeder Aufnahme werden die Halbwertsbreiten des linken ϵ_{links} und rechten ϵ_{rechts} Peaks benutzt. Sowohl die Halbwertsbreite als auch der FSR werden in Volt angegeben. Der mittlere FSR ergibt sich

ϵ_{links} [V]	ϵ_{rechts} [V]	FSR [V]	Finesse
0,31693	0,32678	7,4668	23,199
0,34738	0,32708	7,4569	22,112
0,33708	0,32678	7,4569	22,465

Tabelle 5: Daten der 3 Laseraufnahmen

dann zu $7,46 \text{ V} \pm 0,005 \text{ V}$, dies entspricht nach Anleitung $29,9 \text{ GHz}$. Damit gilt die Relation:

$$1 \text{ V} \approx 4 \text{ GHz} \approx 4007,9 \text{ MHz} \pm 2,7 \text{ MHz}$$

Weiterhin ergab sich: $\bar{\epsilon} = 0,33 \text{ V} \pm 0,02 \text{ V}$

Mit diesen Werten ergab sich eine Finesse f von 22,58.

$$\Delta f = \frac{1}{\bar{\epsilon}} \cdot \Delta \Delta f_{sr} + \frac{\Delta f_{sr}}{\bar{\epsilon}^2} \cdot \Delta \bar{\epsilon} = \frac{0,005}{0,33034} + \frac{7,4602 \cdot 0,015}{0,33034^2} \approx 1,03$$

Die Finesse ergibt sich damit zu $22,58 \pm 1,03$.

Zusammenfassung:

	Mittelwert	Fehler
Halbwertsbreite ϵ	0,33 V	$\pm 0,02$ V
FSR	7,46 V	$\pm 0,005$ V
1 V $\hat{=}$	4007,9 MHz	$\pm 2,7$ MHz
Finesse f	23	± 1

Tabelle 6: Ergebnis der Laseraufnahmen

5.5 Bestimmung des Reflexionskoeffizienten

Fehlerrechnung:

$$\begin{aligned} \Delta R &= \frac{\pi^2 \Delta f}{f^3} + \frac{\frac{\pi^4 \Delta f}{f^5} + \frac{2\pi^2 \Delta f}{f^3}}{2\sqrt{\frac{\pi^4}{4f^4} + \frac{\pi^2}{f^2}}} = \frac{\pi^2 \Delta f}{f^3} \left(1 + \frac{\frac{\pi^2}{f^2} + 2}{2\frac{\pi}{f}\sqrt{\frac{\pi^2}{4f^2} + 1}} \right) \\ &= 0,007 \end{aligned}$$

Damit ist $R = 87\% \pm 0,7\%$

5.6 Bestimmung der Frequenzdifferenz der verschiedenen Lasermoden

Der Peak zu Peak Abstand für das unveränderte System ergibt sich zu $0,18 \text{ V} \pm 0,006 \text{ V}$, der gemessene Abstand für verschiedene Moden beträgt $0,23 \text{ V} \pm 0,012 \text{ V}$. Dies entspricht einer Differenz von $0,05 \text{ V} \pm 0,02 \text{ V}$.

Dies entspricht einer Frequenz $\Delta f \approx 200 \text{ MHz} \pm 80 \text{ Mhz}$.

Für den Abstand von Lasermoden gilt $\Delta f = \frac{c}{2L}$, wobei L die Resonatorlänge ist. Damit hätte der Resonator eine Länge von $75 \text{ cm} \pm 30 \text{ cm}$. Wenn die Resonatorlänge in diesem Intervall liegt dann dann am unterem Ende, die exakte Länge haben wir jedoch nicht.

5.7 Breite der Cd-Linie

Die Breite der Cd-Linie entsteht, neben der Aufweitung durch das FPI, aus der thermischen Bewegung der Cd Atome, die dadurch eine Dopplerverbreiterung erzeugen. Die Halbwertsbreiten von Laser und Cd-Linie sind wieder in Volt angegeben.

Die Halbwertsbreite des Lasers beträgt $0,33 \pm 0,02 \text{ V}$, die der Cd-Linie beträgt $2,46 \pm 0,07 \text{ V}$.

Damit ergibt sich eine Differenz von $2,43 \pm 0,4 \text{ V}$, dies entspricht einer Frequenz von $9,75 \pm 1,5 \text{ Ghz}$.

5.8 Eichung des verwendeten Magnetfeldes

Der Fehler bei der Bestimmung des Stroms ist ein Ablesefehler, der Fehler des Magnetfeldes entsteht hauptsächlich dadurch, dass die Position der Hallsonde nicht gleich bleibt.

I [A]	ΔI	B [mT]	ΔB
12	$\pm 0,1$	310	± 3
11	$\pm 0,1$	300	± 3
10	$\pm 0,1$	280	± 3
9	$\pm 0,1$	260	± 3
8	$\pm 0,1$	230	± 3
7	$\pm 0,1$	205	± 3
6	$\pm 0,1$	175	± 3
5	$\pm 0,1$	145	± 3
4	$\pm 0,1$	114	± 3

Tabelle 7: Magnetfeldeichung mit Messfehler

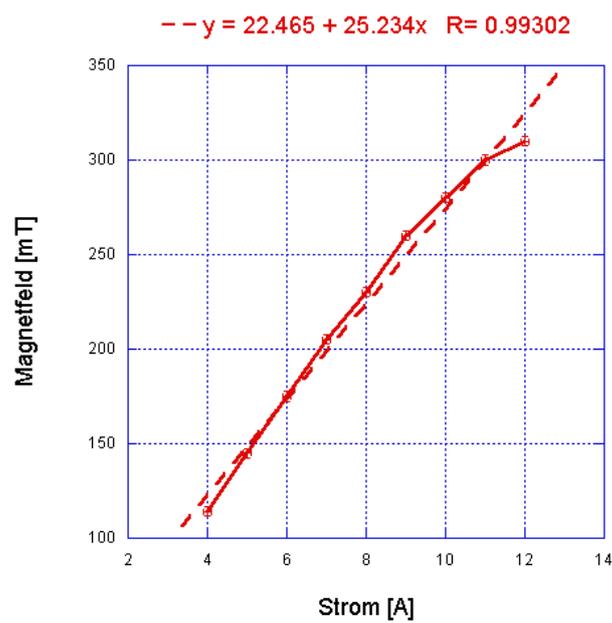


Abbildung 11: Magnetfeldmessung

Der Fehler ist so klein, dass er nicht weiter betrachtet wird.

5.9 Bestimmung von e/m an Hand des transversalen Zeeman-Effekts

Δ_{links} bzw. Δ_{rechts} geben die Differenz der Peaks in Volt an. Wenn man die beiden unteren Werte, die deutlich aus der Reihe fallen, vernachlässigt ergibt sich ein Mittelwert von $1,77 \cdot 10^{11} \pm 0,15 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$. Für die Fehlerbalken der Abb. 9 wurde der maximale Fehler

I [A]	B [mT]	Δ_{links} [V]	Δ_{rechts} [V]	$\bar{\Delta}$ [V]	$\bar{\Delta}$ [GHz]	e/m [$10^{11} \frac{C}{kg}$]
12	325	2,138	2,292	2,215	8,877	1,72
11	299	2,127	2,2	2,164	8,673	1,82
10	275	2,133	1,873	2,003	8,028	1,83
9	250	2,053	1,74	1,897	7,603	1,91
8	226	1,467	1,534	1,501	6,016	1,67
7	201	1,388	1,201	1,295	5,190	1,62
6	174	0,834	0,848	0,841	3,371	1,22
5	149	0,541	0,56	0,551	2,208	0,93

Tabelle 8: transversale Messung

von 0,1 V angenommen. Dies entspricht dem größten gemessenen Fehler.

5.10 Bestimmung von e/m an Hand des longitudinalen Zeeman-Effekts

I [A]	B [mT]	Δ_{links} [V]	Δ_{rechts} [V]	$\bar{\Delta}$ [V]	$\bar{\Delta}$ [GHz]	e/m [$10^{11} \frac{C}{kg}$]
12	325	2,235	2,123	2,179	8,773	1,69
11	299	2,083	2,116	2,1	8,415	1,77
10	275	1,880	1,9	1,89	7,575	1,73
9	250	1,850	1,675	1,763	7,064	1,78
8	226	1,3	1,5	1,4	5,611	1,56
7	201	1,1	0,95	1,025	4,108	1,28
6	174	0,6	0,9	0,75	3,006	1,09

Tabelle 9: longitudinale Messung

Vernachlässigt man wieder die beiden letzten Werte ergibt sich ein Mittelwert von $1,67 \cdot 10^{11} \pm 0,11 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$.

5.11 Bilder der longitudinalen Messung

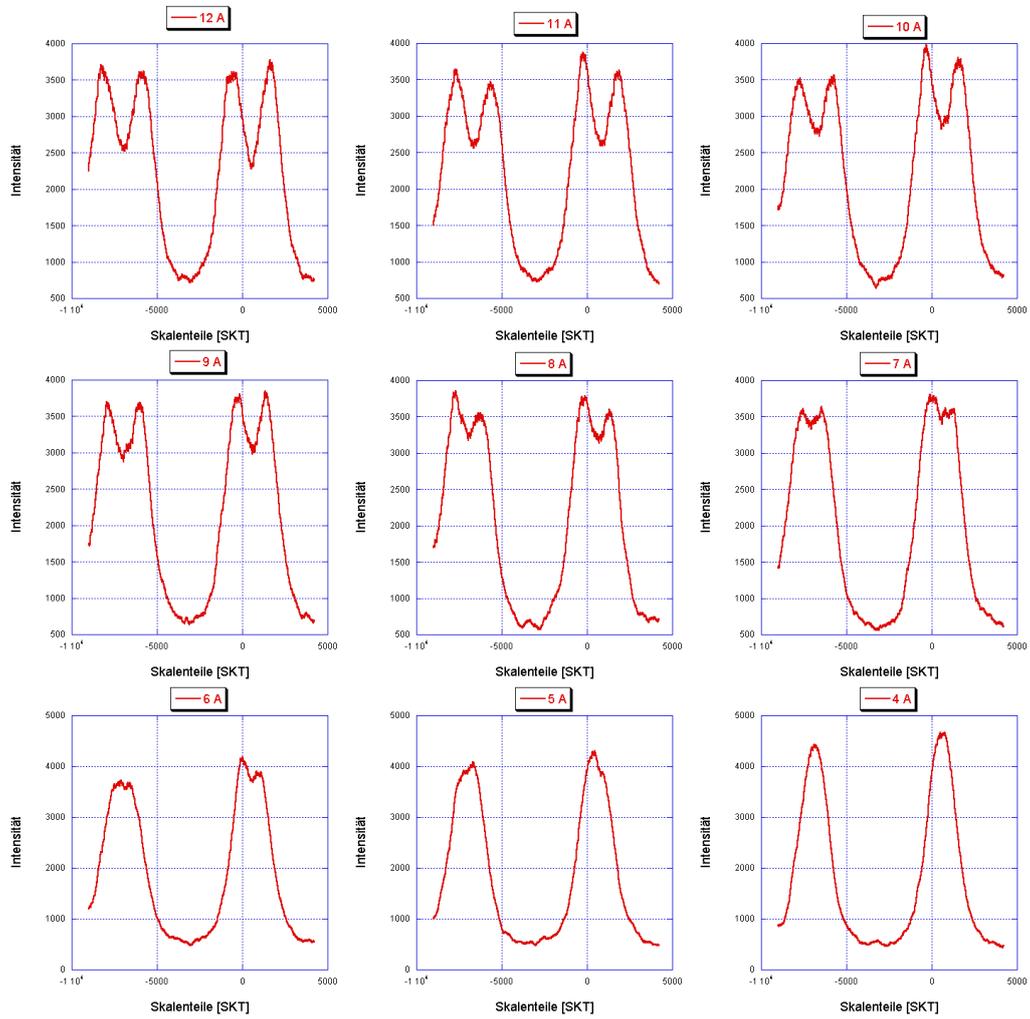


Abbildung 12: Bilder der longitudinalen Messung

5.12 Bilder der transversalen Messung

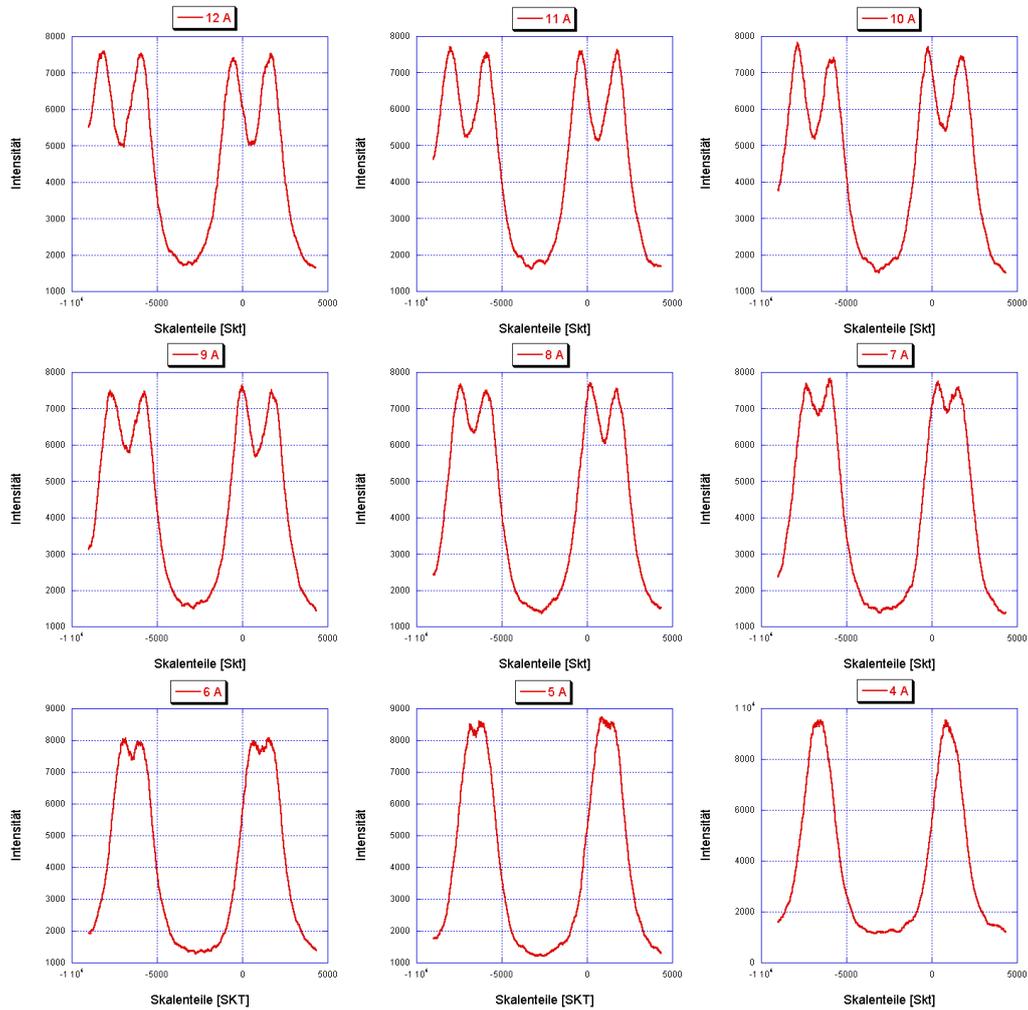


Abbildung 13: Bilder der transversalen Messung